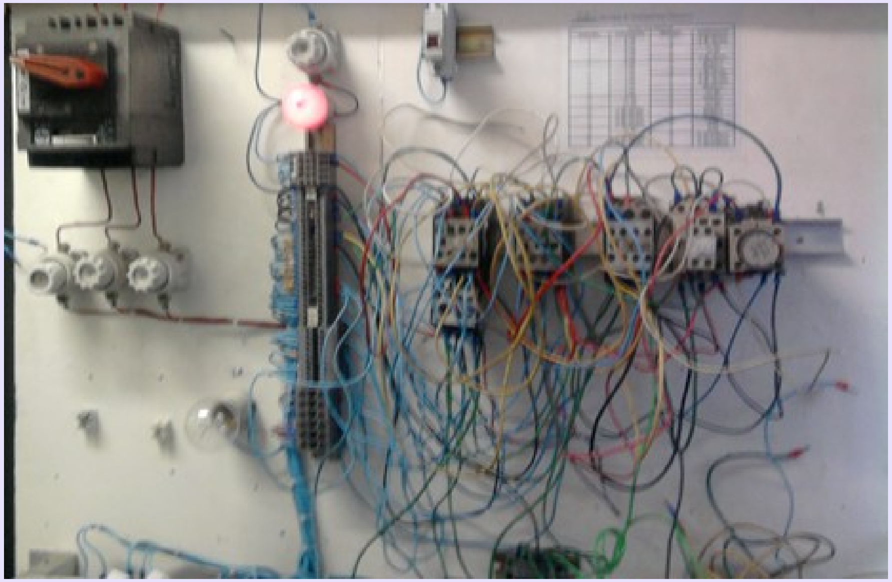
Circuitos elétricos



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

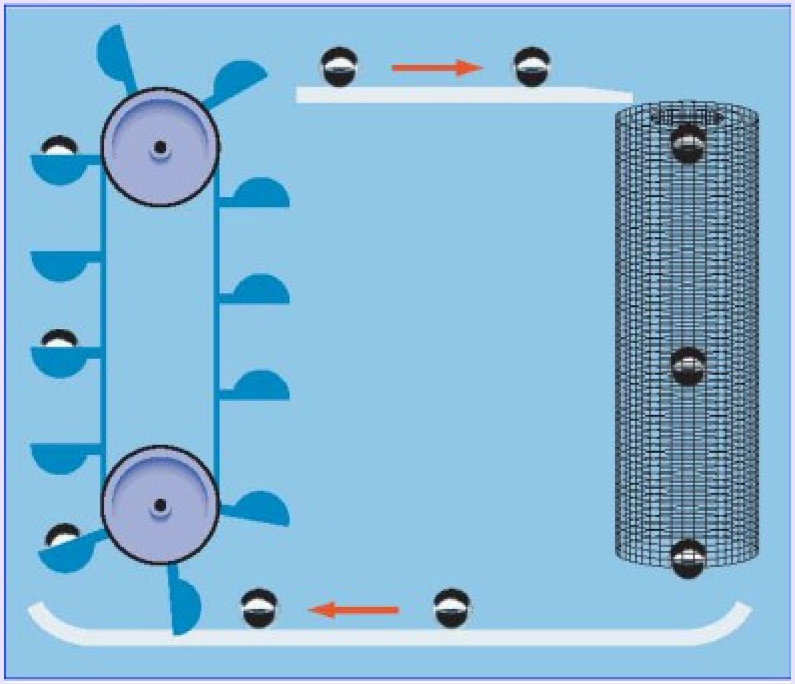
Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

http://cursos.if.uff.br/fisica2-2015/

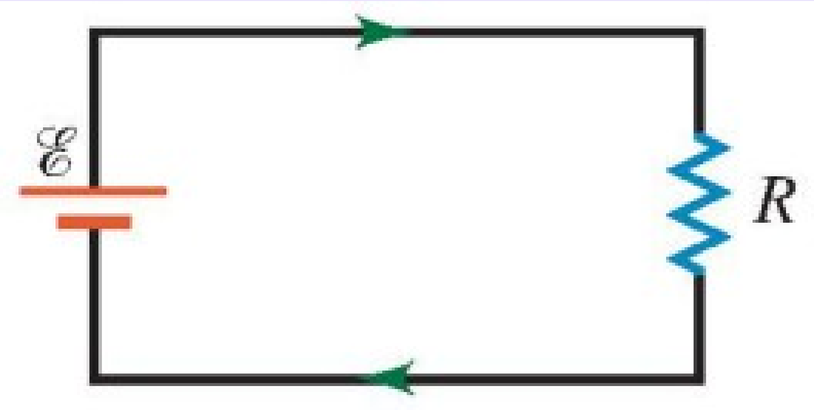
INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Circuito elétrico

Para resolver um circuito de corrente contínua, é preciso entender se as cargas estão ganhando ou perdendo energia potencial elétrica quando passam através dos elementos do circuito.

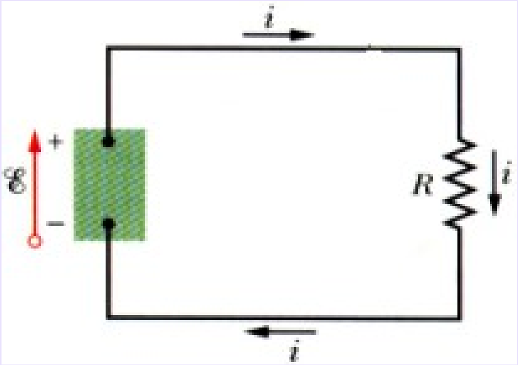


=

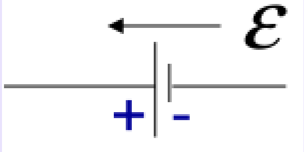


Circuito elétrico

Fonte de energia em um circuito DC



Resolver um circuito de <u>corrente contínua</u> (DC) é calcular o <u>valor e o sentido da corrente</u>. Como vimos, para que se estabeleça uma corrente duradoura num condutor, é necessário manter uma diferença de potencial entre suas extremidades. No caso prático, isto é feito por um dispositivo chamado <u>fonte de força eletromotriz</u> (fem), cujo símbolo é:



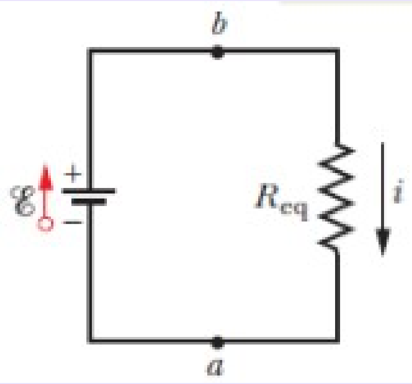
fonte de força eletromotriz (fem) ⇨ dispositivo que aumenta a energia potencial das cargas que circulam em um circuito.

Trabalho da fonte

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq} \; (volt)$$

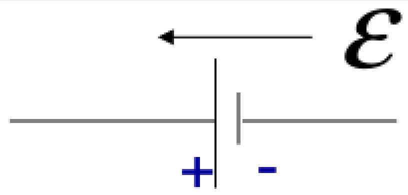
⇨ fem = trabalho por unidade de carga

Tipos de fem



Fonte de tensão ideal

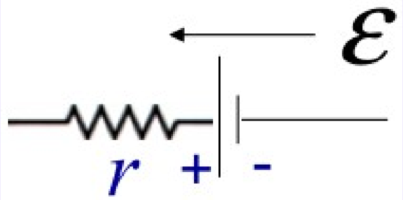
- Modelo idealizado de uma bateria
- Bombeamento de cargas sem nenhuma resistência
- Não há energia dissipada na fonte

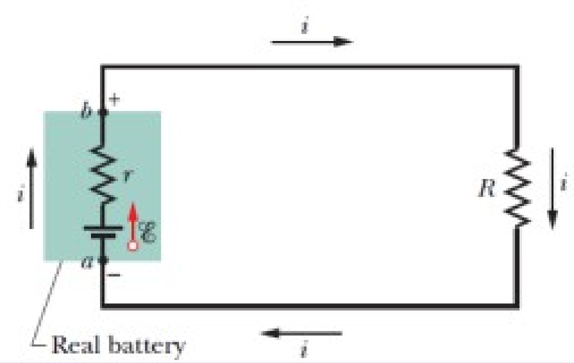


$$\Rightarrow \Delta V = V_b - V_a = \varepsilon$$

Fonte de tensão real

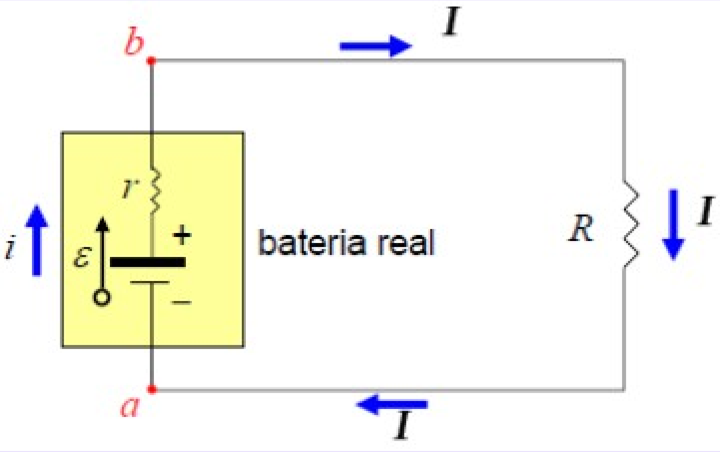
- Qualquer bateria na prática
- Movimento das cargas afetado pela resistência interna *r* da bateria
- Há energia dissipada na fonte





$$\Rightarrow \Delta V = V_b - V_a = \varepsilon - ir$$

Circuito com fem real



Bateria real → tem resistência interna (*r*) → ddp da bateria ≠fem da bateria

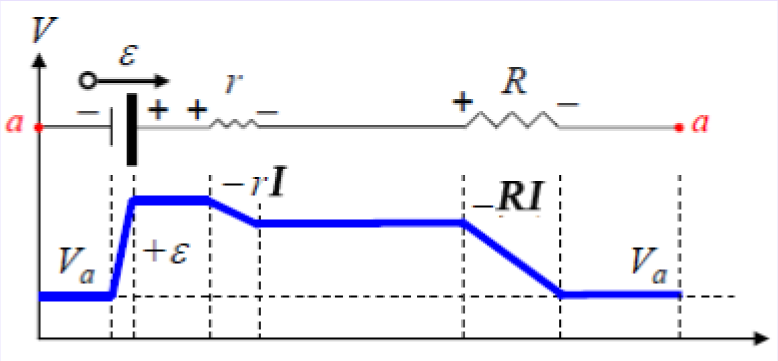
Cargas se deslocam de $a \mapsto b$ → O potencial aumenta de ε

↓

A carga passa pela resistência r e o potencial diminui de ir

$$\Rightarrow V = V_b - V_a = \varepsilon - ir$$

A ddp entre os terminais da bateria e igual a diferença de potencial sobre a resistência externa *R*. $\Rightarrow V = Ri$



(I) $\Rightarrow \varepsilon = Ri + ri$ **→ voltagem no circuito aberto (*i=0*)**

$$\Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$$ **→ corrente no circuito**

$$* \; i(\varepsilon, r, R), \;\; se \; R >> r \Rightarrow i(\varepsilon, R)$$

Circuito com fem real

Conservação da energia

multiplicando (I) por i $\Rightarrow i\varepsilon = \underbrace{i^2R + i^2r}$

potência cedida **potência dissipada**

$i\varepsilon \longrightarrow$ **Potência cedida pela fonte de força eletromotriz**

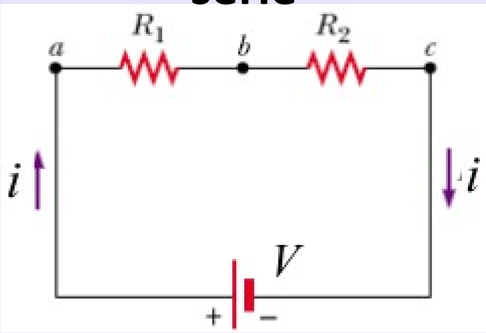
$i^2r \longrightarrow$ **Potência dissipada pela resistência interna da bateria**

$i^2R \longrightarrow$ **Potência dissipada pela resistência externa a bateria**

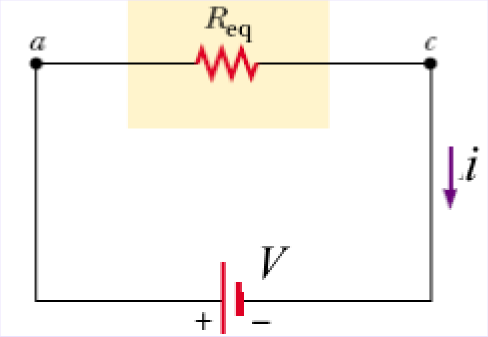
Potência total dissipada pelo efeito Joule

Associação de resistências em séries

Resistência em série



Resistência equivalente



"A corrente é a mesma através de cada resistor, pois qualquer carga que passa por R_1 deve ser igual a carga que passa por R_2"

$$V_b - V_a = V_1 = R_1 i$$

$$V_c - V_b = V_2 = R_2 i$$

$$V_c - V_a = V = R_{eq} i$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$R_{eq} i = i(R_1 + R_2)$$

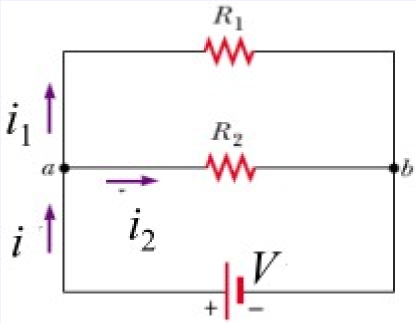
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$\boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i}$$

A resistência equivalente de resistores ligados em série é sempre maior que qualquer das resistências individuais.

Associação de resistências em paralelo

Resistência em paralelo



$$i_1 = \frac{V}{R_1}; \; i_2 = \frac{V}{R_2}$$

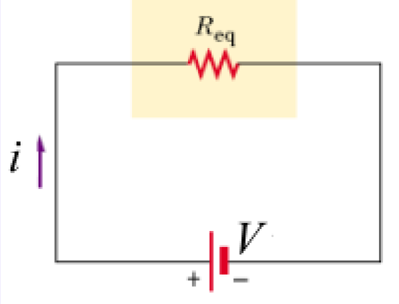
"A diferença de potencial é a mesma em cada resistor"

$$i = i_1 + i_2$$

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Resistência equivalente



$$i = \frac{V}{R_{eq}}$$

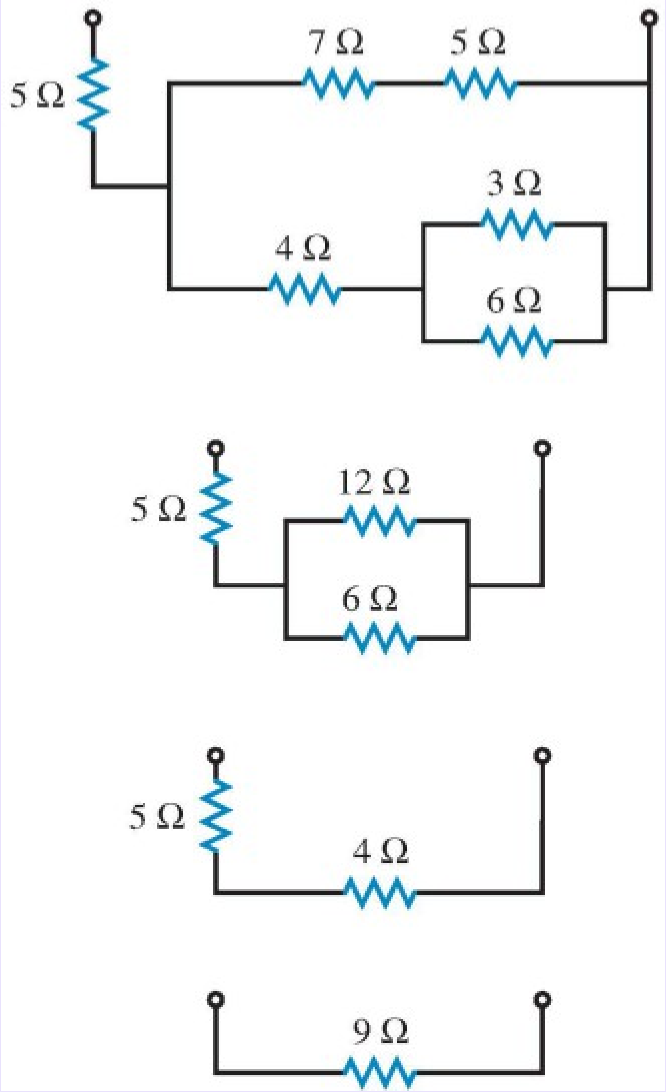
$$\boxed{\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

A resistência equivalente de dois ou mais resistores ligados emparalelo é sempre menor que a menor resistências presente no circuito.

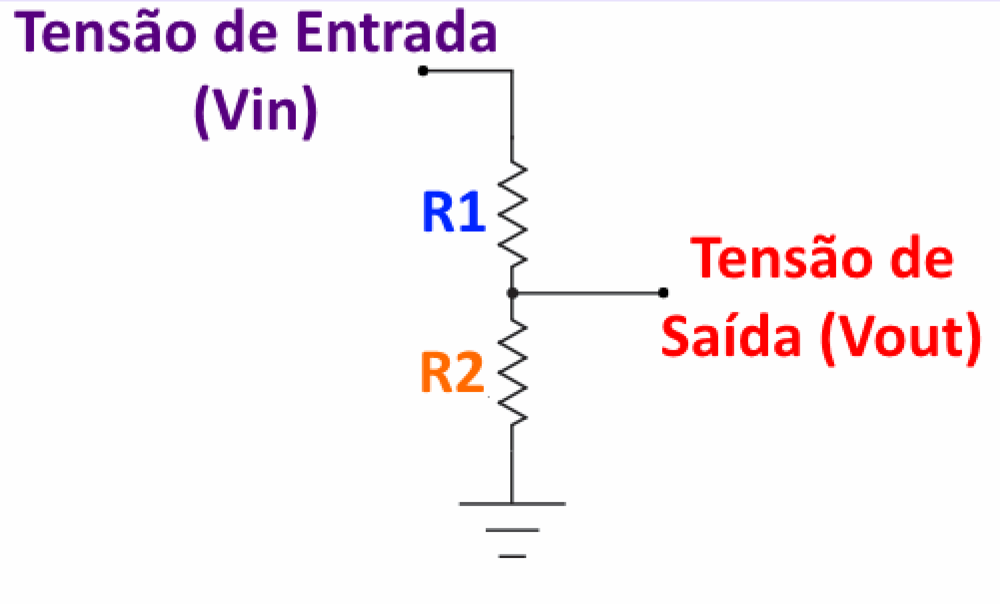
Estratégia de resolução

Etapas

- Desenhar o circuito colocando em evidência as associações
- Série: R uma depois da outra
- Paralelo: Separação da corrente
- Pode deslocar uma junção de fios ao longo de um fio
- Calcular a R_{eq} da associação menor
- Desenhar o novo circuito
- Calcular a R_{eq} da associação menor
- … até obter somente uma R_{eq}



Divisor de tensão



$$V_{in} = (R_1 + R_2)i$$

$$V_{out} = R_2 i \quad \Rightarrow i = \frac{V_{out}}{R_2}$$

$$\Rightarrow V_{in} = (R_1 + R_2)\frac{V_{out}}{R_2}$$

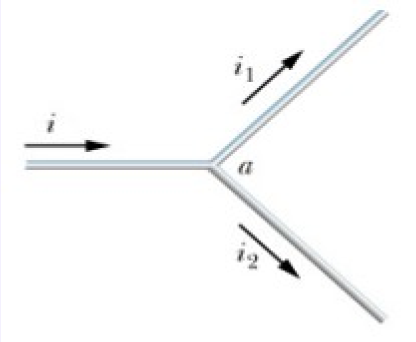
$$\boxed{V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}}$$

As regras de Kirchhoff

- **Conservação da carga**

1- A soma das correntes que entram num nó é igual a soma das correntes que saem do mesmo nó. (um nó é qualquer ponto do circuito onde é possível a divisão da corrente)

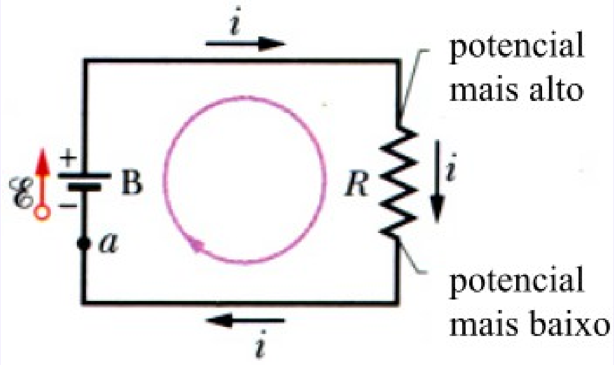
$$i = i_1 + i_2$$



- **Conservação da energia**

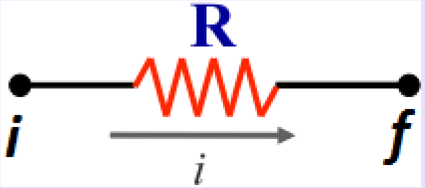
2- A soma algébrica das variações de potencial em todos os elementos de uma malha fechada do circuito é igual a zero.

$$\sum \Delta V = 0 \Rightarrow \varepsilon - Ri = 0$$



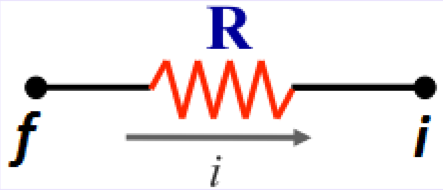
Aplicação da segunda regra de Kirchhoff

1- Se um resistor for atravessado na direção da corrente, a variação potencial no resistor é $-iR$.



$$\Delta V = V_f - V_i = -Ri$$

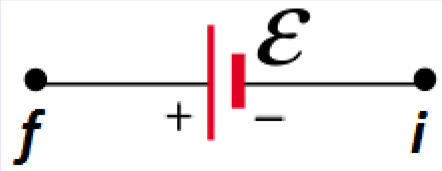
2- Se um resistor for atravessado na direção oposta à da corrente, a variação potencial no resistor é $+iR$.



$$\Delta V = V_f - V_i = +Ri$$

3- Se uma fonte de fem for atravessada na direção da fem (do terminal negativo para o terminal positivo), a variação de potencial é $+\varepsilon$.

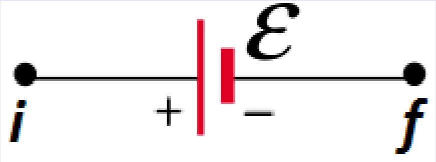
$$\Delta V = V_f - V_i = +\varepsilon$$



Aplicação da segunda regra de Kirchhoff

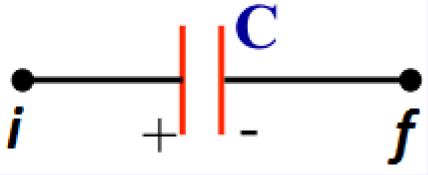
4- Se uma fonte de fem for atravessada na direção oposta à da fem (do terminal positivo para o terminal negativo), a variação de potencial é $-\varepsilon$.

$$\Delta V = V_f - V_i = -\varepsilon$$



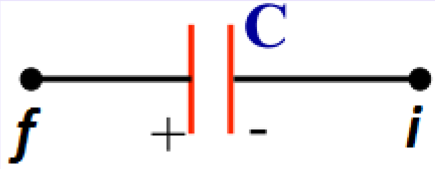
5- Se um capacitor for atravessado na direção oposta à de sua polarização (do terminal positivo para o terminal negativo), a variação de potencial é $-q/C$.

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{q}{C}$$

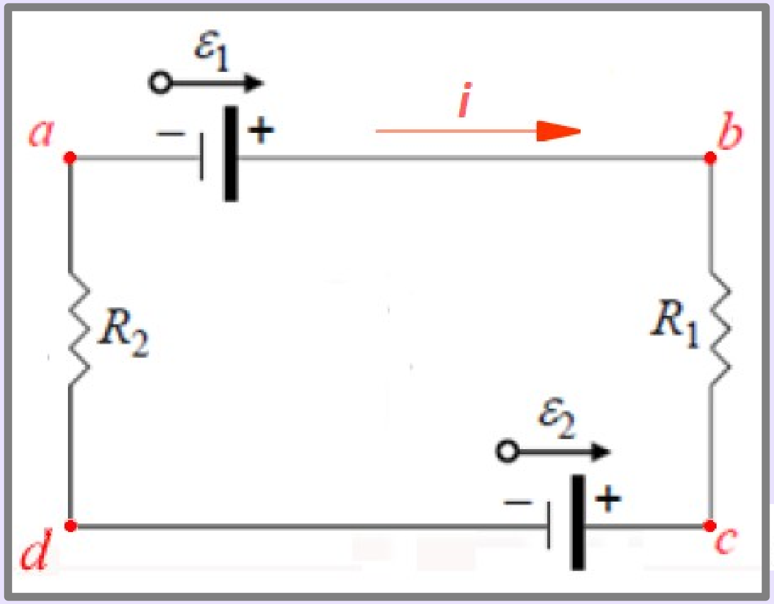


6- Se um capacitor for atravessado na direção de sua polarização (do terminal negativo para o terminal positivo), a variação de potencial é $+q/C$.

$$\Delta V = V_f - V_i = +\frac{q}{C}$$



Exemplo:



não existem nós neste circuito

⬇

***i* é a mesma em todos os elementos**

$$\sum_i \Delta V_i = 0$$

$$\Delta V_{a\mapsto b} + \Delta V_{b\mapsto c} + \Delta V_{c\mapsto d} + \Delta V_{d\mapsto a} = 0$$

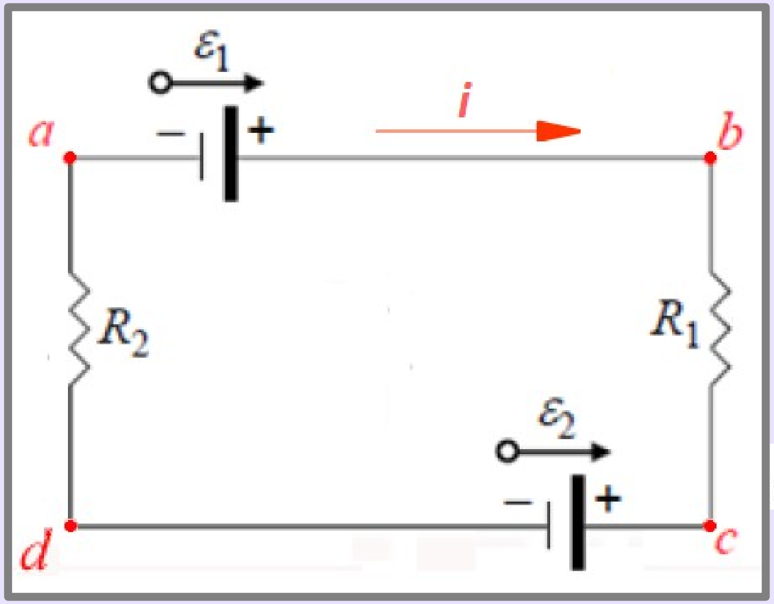
- **Sentido horário**

$$\varepsilon_1 - iR_1 - \varepsilon_2 - iR_2 = 0$$

$$i(R_1 + R_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$\boxed{\Rightarrow i = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2}}$$

Exemplo:



- **Sentido anti-horário**

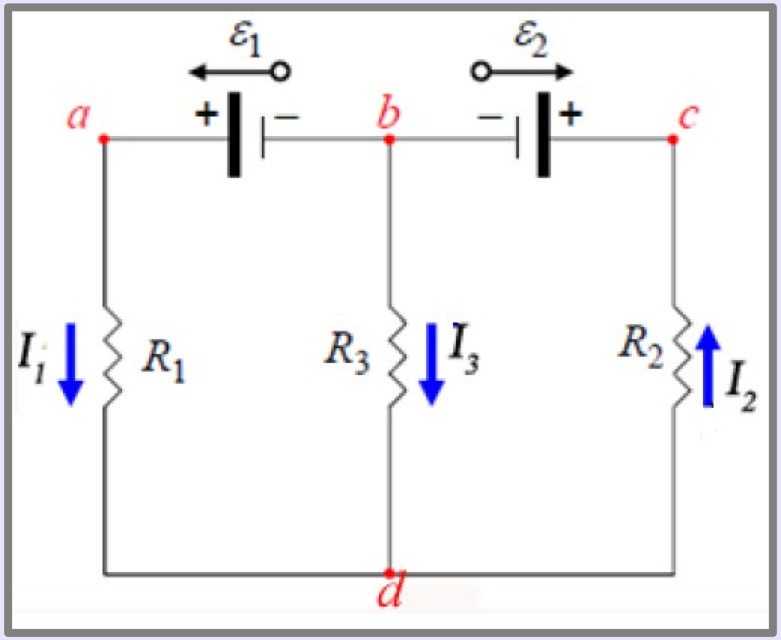
$$\triangle V_{b\mapsto a} + \triangle V_{a\mapsto d} + \triangle V_{d\mapsto c} + \triangle V_{c\mapsto b} = 0$$

$$-\varepsilon_1 + iR_2 + \varepsilon_2 + iR_1 = 0$$

$$i(R_1 + R_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$\boxed{\Rightarrow i = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2}}$$

Exemplo:



Conservação da carga em *d* ➡ $i_1 + i_3 = i_2$ **(I)**

Conservação da energia nas duas malhas ➡ $\sum_i \Delta V_i = 0$

percurso escolhido → anti-horário

Malha da esquerda $b \mapsto a \mapsto d \mapsto b$

$\varepsilon_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0$ **(II)**

Malha da direita $c \mapsto b \mapsto d \mapsto c$

$-\varepsilon_2 - i_3 R_3 - i_2 R_2 = 0$ **(III)**

Exemplo:

Vamos encontrar i_1:

1º – escrever i_3 em função de i_1

(II) $\Rightarrow i_3 = \dfrac{i_1 R_1 - \varepsilon_1}{R_3}$ **(1)**

2º – escrever i_2 em função de i_1

(III) $\Rightarrow i_2 = \dfrac{-(\varepsilon_2 + i_3 R_3)}{R_2}$ **(2)**

de (1) e (2) $\Rightarrow i_2 = -\dfrac{\varepsilon_2}{R_2} - i_3 \dfrac{R_3}{R_2}$

$$i_2 = -\frac{\varepsilon_2}{R_2} - \frac{R_3}{R_2}\left(\frac{i_1 R_1 - \varepsilon_1}{R_3}\right)$$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - i_1 R_1}{R_2}$$

i_2 em função de i_1

Exemplo:

Vínculo $\rightarrow$ $i_1 + i_3 = i_2$

$$\Rightarrow i_1 + \frac{i_1 R_1 - \varepsilon_1}{R_3} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - i_1 R_1}{R_2}$$

$$i_1 + i_1 \frac{R_1}{R_3} - \frac{\varepsilon_1}{R_3} = \frac{\varepsilon_1}{R_2} - \frac{\varepsilon_2}{R_2} - i_1 \frac{R_1}{R_2}$$

$$i_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2} \right) = \frac{\varepsilon_1}{R_3} + \frac{\varepsilon_1}{R_2} - \frac{\varepsilon_2}{R_2}$$

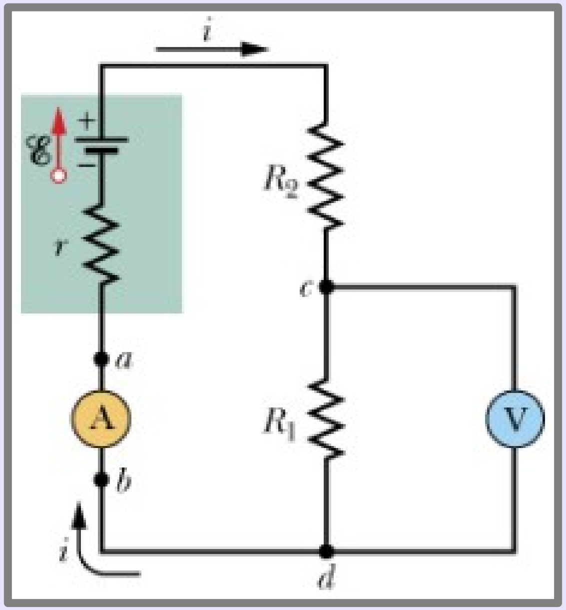
$$i_1 \left(\frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_2 R_3} \right) = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_1 R_3 - \varepsilon_2 R_3}{R_2 R_3}$$

$$\boxed{\Rightarrow i_1 = \frac{\varepsilon_1 (R_2 + R_3) - \varepsilon_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}}$$

$$\boxed{i_2 = \frac{\varepsilon_1 R_3 - \varepsilon_2 (R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}}$$

$$\boxed{i_3 = \frac{-\varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}}$$

Amperímetros e Voltímetros



Amperímetro

- Instrumento usado para medir <u>corrente elétrica</u>
- Sempre colocado em <u>série</u> no circuito onde se quer medir a corrente
- Para que a resistência do amperímetro (R_A) não altere o valor da corrente a ser medida:

$$R_{eq} = r + R_1 + R_2 + R_A (R_A \rightarrow 0) \Rightarrow R_{eq} = r + R_1 + R_2$$

$$\boxed{\Rightarrow R_A << (r + R_1 + R_3)}$$

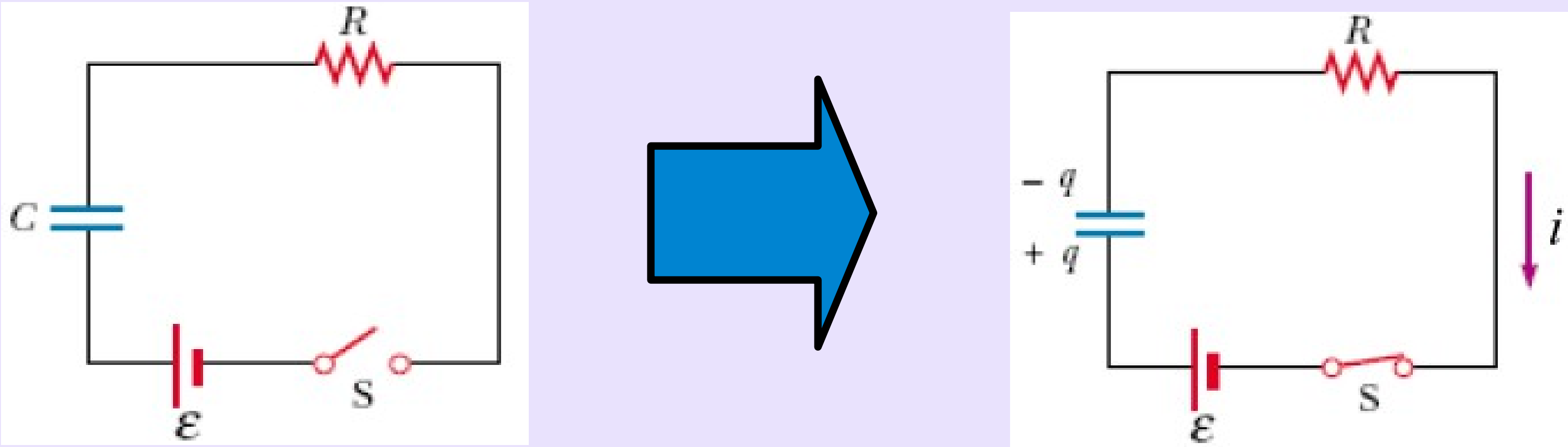
Voltímetro

- Instrumento usado para medir <u>diferença de potencial</u>
- Sempre colocado em <u>paralelo</u> com o trecho onde se quer medir a diferença de potencial
- Para que a resistência do voltímetro (R_V) não altere o valor da diferença de potencial a ser medida: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_1} (R_V \rightarrow \infty) \Rightarrow R_{eq} = R_1$ $\boxed{\Rightarrow R_V >> R_1}$

Na prática, um único instrumento (multímetro) realiza as duas medidas anteriores, além da medida das resistências.

Carregando um circuito RC

$t < 0$ $t \geq 0$

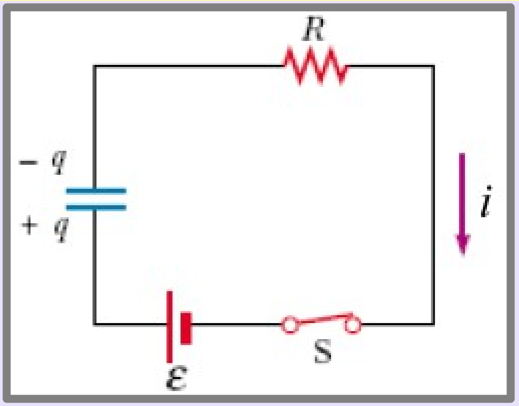


Chave S fechada em t = 0

- A carga inicial do capacitor é nula
- Assim que S se fecha, surge uma corrente dependente do tempo no circuito
- Essa corrente inicia o processo de carga do capacitor
- Quando o capacitor estiver carregado a corrente se torna nula

"não há passagem de carga através das placas do capacitor, há apenas transferência de carga para as placas, passando pelo resistor"

Carregando um circuito RC



$$\sum \Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V_\varepsilon = \Delta V_C + \Delta V_R$$

$\Delta V_R = iR \longrightarrow$ queda de potencial no resistor

$\Delta V_C = \dfrac{q}{C} \longrightarrow$ queda de potencial no capacitor

$$\boxed{\Rightarrow \varepsilon - iR - \frac{q}{C} = 0} \quad \textbf{(I)}$$

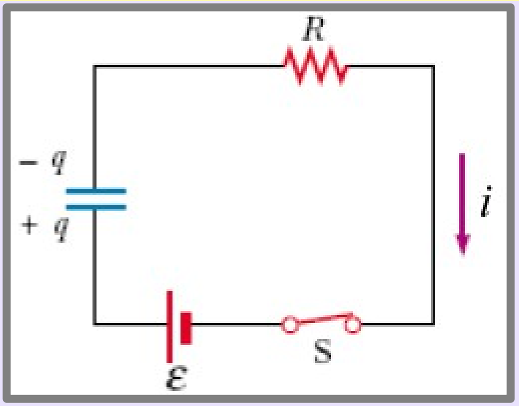
$q = q(t)$ e $i = i(t) \longrightarrow$ a corrente varia no tempo

$$\boxed{\Rightarrow \varepsilon - i(t)R - \frac{q(t)}{C} = 0}$$

$t = 0 \Rightarrow$ a chave é fechada $\Rightarrow$ a carga no capacitor é nula $\Rightarrow$ $\varepsilon - i_0 R = 0$

$\Rightarrow i_0 = \dfrac{\varepsilon}{R} \leftarrow$ corrente máxima no circuito

Carregando um circuito RC



$t \longrightarrow \infty \Rightarrow$ Capacitor completamente carregado $\Rightarrow i(t) = 0$

$$\varepsilon - \frac{q_{máx}}{C} = 0$$

$\Rightarrow q_{máx} = C\varepsilon$ ← Carga máxima no capacitor

$$i = \frac{dq}{dt} \xrightarrow{eq.I} \varepsilon - R\frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\varepsilon - q}{RC}$$

$$\frac{dq}{C\varepsilon - q} = \frac{dt}{RC}$$

Carregando um circuito RC

integrando $$\Rightarrow -ln(C\varepsilon - q) = \frac{t}{RC} + C^{\underline{te}}$$

Aplicando as condições iniciais: $t = 0,\ q = 0$

$$\text{-ln}(\text{C}\varepsilon - 0) = 0 + C^{\underline{te}}$$

$$\boxed{\text{C}^{\underline{te}} = -ln(C\varepsilon)}$$

$$\Rightarrow -ln(C\varepsilon - q) = \frac{t}{RC} - ln(C\varepsilon)$$

$$ln(C\varepsilon - q) - ln(C\varepsilon) = -\frac{t}{RC}$$

$$ln\left(\frac{C\varepsilon - q}{C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Carregando um circuito RC

$$1-\frac{q}{C\varepsilon}=exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

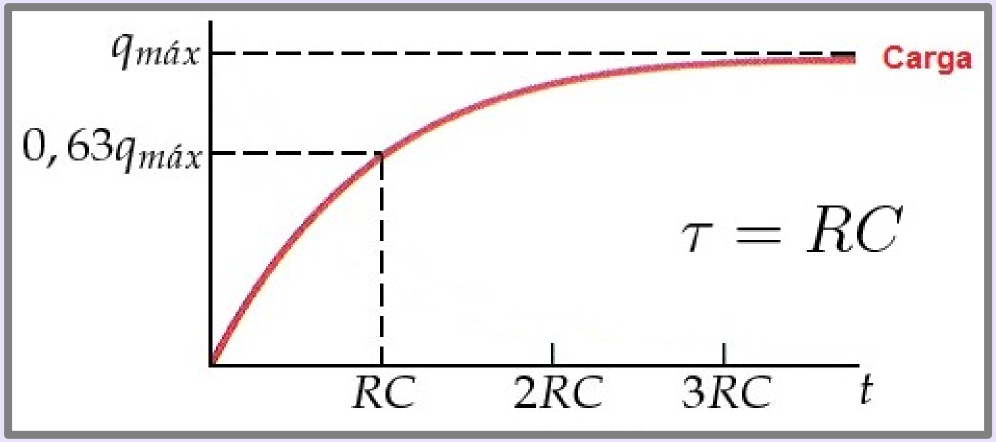
$$\mathrm{q}=\underbrace{C\varepsilon}_{\mathrm{q}_{máx}}\left[1-exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]$$

$$\boxed{\mathrm{q(t)}=\mathrm{q}_{máx}\left[1-exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]\ ;\ q_{máx}=C\varepsilon}$$ **(II)**

Expressão para a variação da carga com o tempo nas placas do capacitor.

$$t\rightarrow\infty\Rightarrow q(t)=C\varepsilon\Rightarrow i(t)=0$$

$$t_0=0\Rightarrow q(t_0)=0\Rightarrow i_0=\frac{\varepsilon}{R}$$



- *RC* é chamado de constante de tempo, τ, do circuito. $\tau = RC$ é o tempo necessário para o capacitor se carregar do valor $1-e^{-1} = 0,63$.

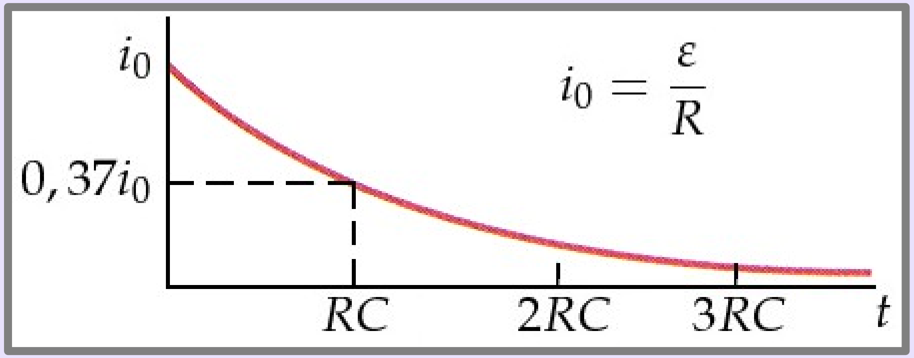
Carregando um circuito RC

no tempo $t = \tau \Rightarrow q(t) = q_{máx}\left(1 - e^{-1}\right) = 0,63\ q_{máx}$

$$\boxed{\tau = RC \Rightarrow q(t) = q_{máx}\left(1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

Corrente

derivando a eq. (II) $\Rightarrow \dfrac{dq(t)}{dt} = i(t) = C\varepsilon \times -exp\left(-\dfrac{t}{RC}\right) \times -\dfrac{1}{RC}$

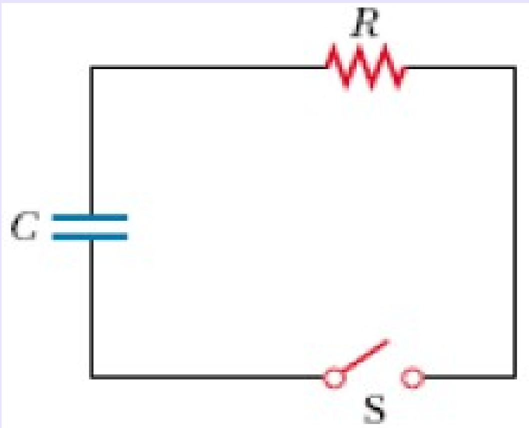


$$\boxed{i(t) = \frac{\varepsilon}{R} exp\left(-\frac{t}{RC}\right)} \quad \textbf{(III)}$$

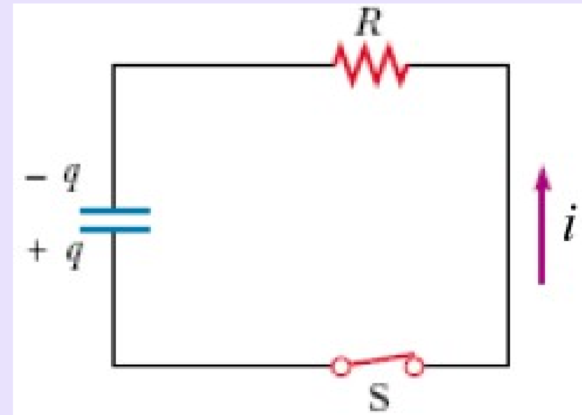
Variação da corrente no circuito durante a carga do capacitor

Descarregando um circuito RC

$t < 0$



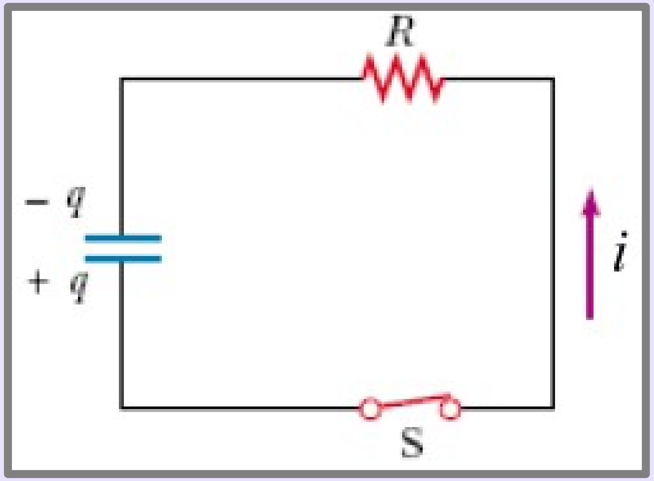
$t \geq 0$



Chave S fechada em t = 0

- A carga inicial do capacitor é máxima (em t=0 a corrente circulando no circuito é máxima)
- Assim que S se fecha, surge uma corrente dependente do tempo no circuito
- Essa corrente inicia o processo de descarga do capacitor
- Quando o capacitor estiver descarregado a corrente se torna nula

Descarregando um circuito RC



$$\sum \Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V_C = \Delta V_R$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} - iR = 0$$

$$i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow R\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C}$$

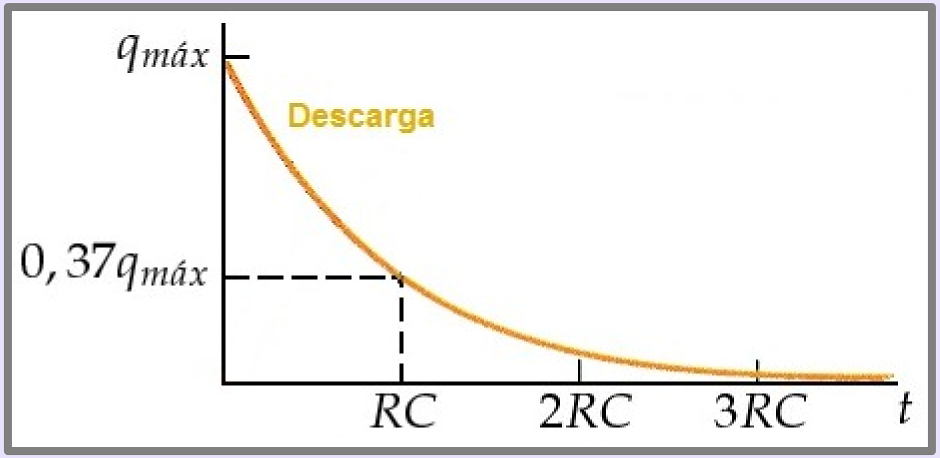
Taxa de redução da carga

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int_{q_{máx}}^{q} \frac{dq'}{q'} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt'$$

$$ln(q')\Big|_{q_{máx}}^{q} = -\frac{t}{RC}$$

Descarregando um circuito RC



$$ln\left(\frac{q}{q_{máx}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\boxed{q(t) = q_{máx}\; exp\left(-\frac{t}{RC}\right)} \qquad \textbf{(IV)}$$

Corrente

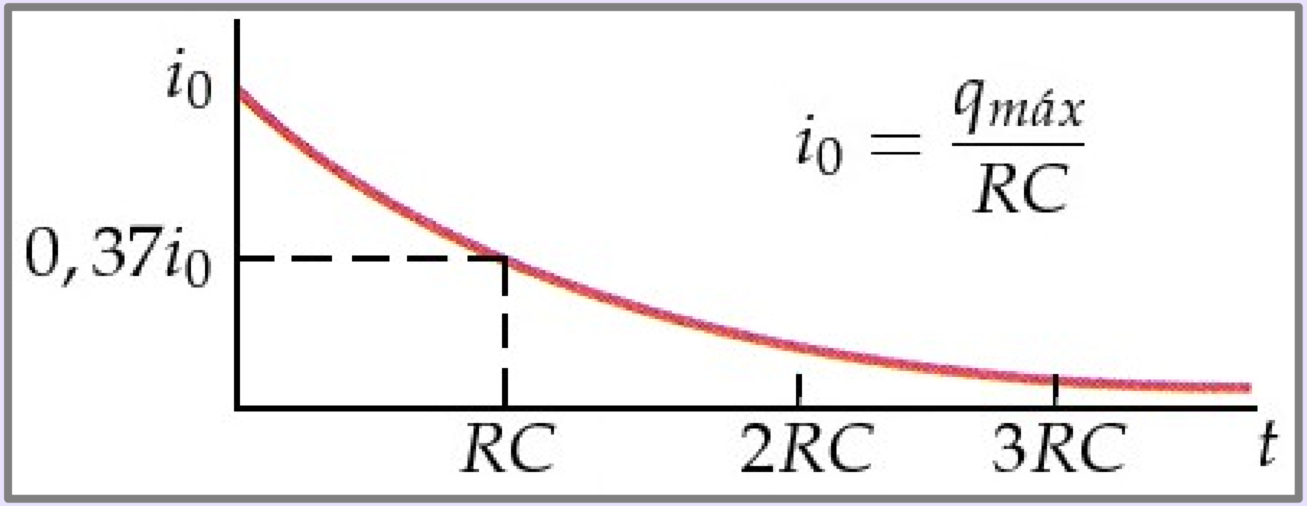
$$i = -\frac{dq}{dt} \overset{eq.IV}{\Rightarrow} i(t) = -q_{máx} \times exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \times -\frac{t}{RC}$$

$$i(t) = \underbrace{\frac{q_{máx}}{RC}}_{i_0}\; exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

Descarregando um circuito RC

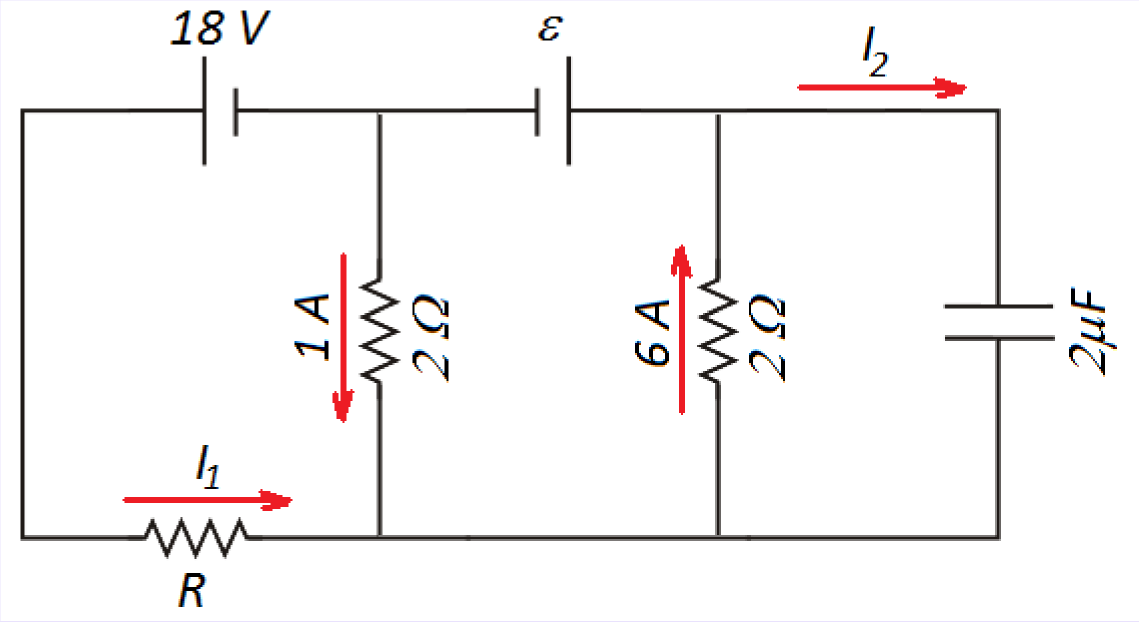
$$\boxed{i(t) = i_0 \, exp\left(-\frac{t}{RC}\right)} \quad \textbf{(V)}$$

Note que tanto na eq.(III) como na eq.(V) a corrente diminui exponencialmente até zero, como era de se esperar.

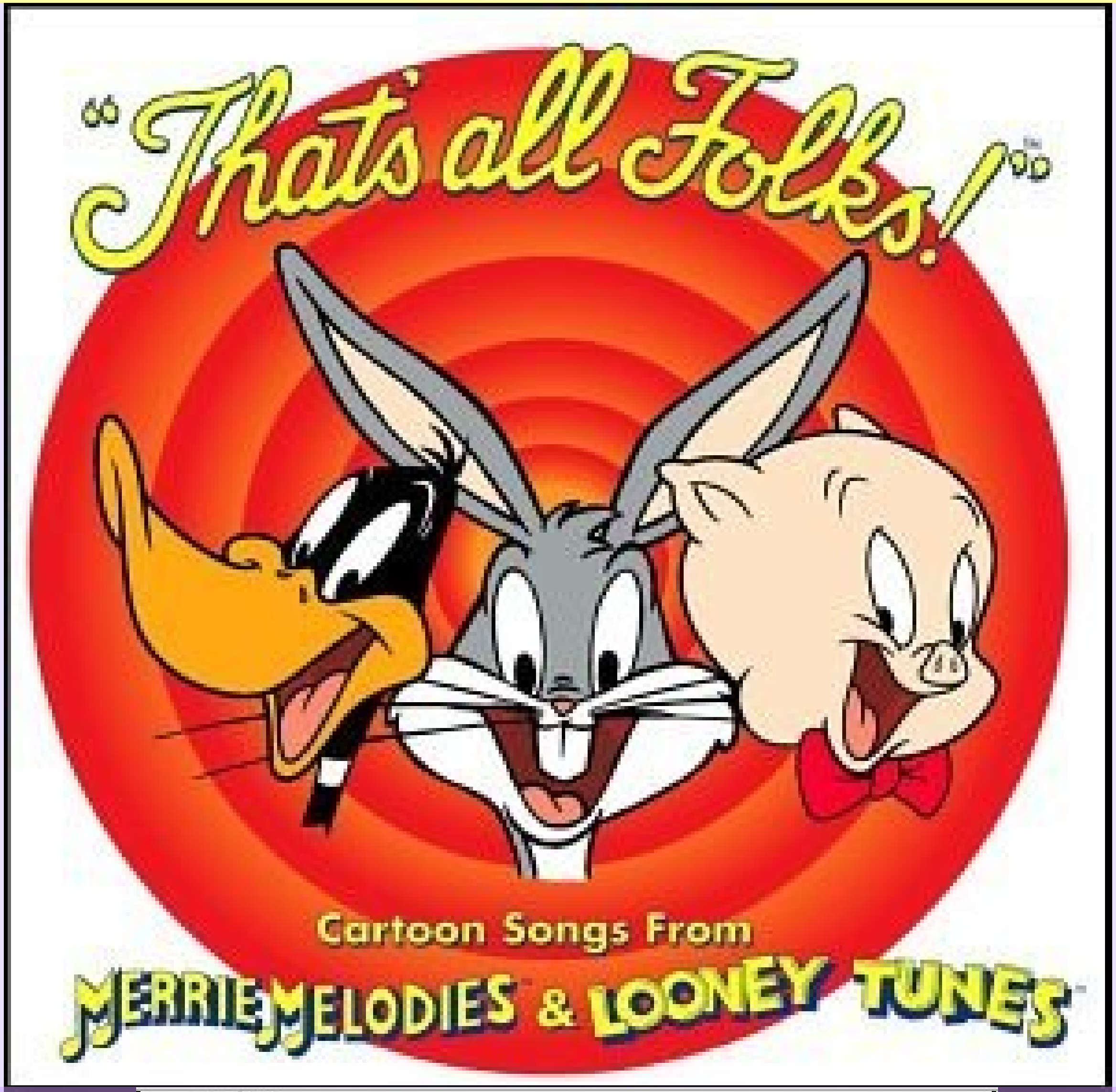


Exercício

No circuito abaixo determine as correntes I_1 e I_2, a resistência *R*, a fem ε e a carga *Q* no capacitor quando o circuito estiver em regime permanente.



FIM



"That's all Folks!"
Cartoon Songs From
MERRIE MELODIES & LOONEY TUNES